

# INDICE

## PREFAZIONE

|          |       |  |    |
|----------|-------|--|----|
| CAPITOLO | 1     | TEORIA DEGLI INSIEMI.....              | 1  |
|          | 1.1   | INSIEMI.....                           | 1  |
|          | 1.1.1 | Introduzione.....                      | 1  |
|          | 1.1.2 | Operazioni sugli insiemi.....          | 3  |
|          | 1.1.3 | Relazioni.....                         | 7  |
|          | 1.1.4 | Funzioni.....                          | 12 |
|          | 1.1.5 | Algebra degli insiemi.....             | 16 |
|          | 1.2   | L'INSIEME DEI NUMERI REALI.....        | 21 |
|          | 1.2.1 | L'insieme dei numeri naturali.....     | 21 |
|          | 1.2.2 | L'insieme dei numeri interi.....       | 24 |
|          | 1.2.3 | L'insieme dei numeri razionali.....    | 32 |
|          | 1.2.4 | L'insieme dei numeri reali.....        | 37 |
|          | 1.2.5 | Rappresentazione dei numeri reali..... | 52 |
|          | 1.2.6 | L'insieme ampliato dei numeri reali... | 55 |
|          | 1.2.7 | Qualche utile strumento.....           | 57 |
|          | 1.3   | L'INSIEME DEI NUMERI COMPLESSI.....    | 62 |
|          | 1.3.1 | Introduzione.....                      | 62 |
|          | 1.3.2 | Forma algebrica.....                   | 64 |
|          | 1.3.3 | Forma trigonometrica.....              | 66 |
| CAPITOLO | 2     | SISTEMI DI EQUAZIONI LINEARI...        | 70 |
|          | 2.1   | MATRICI.....                           | 70 |
|          | 2.1.1 | Spazi vettoriali.....                  | 70 |
|          | 2.1.2 | Matrici.....                           | 75 |
|          | 2.1.3 | Operazioni sulle matrici.....          | 78 |

## INDICE

|          |       |  |     |
|----------|-------|--|-----|
|          | 2.2   | DETERMINANTI.....                        | 83  |
|          | 2.2.1 | Analisi combinatoria.....                | 83  |
|          | 2.2.2 | Determinanti.....                        | 88  |
|          | 2.2.3 | Proprietà dei determinanti.....          | 92  |
|          | 2.2.4 | Minori.....                              | 99  |
|          | 2.3   | SISTEMI DI EQUAZIONI LINEARI.....        | 111 |
|          | 2.3.1 | Introduzione.....                        | 111 |
|          | 2.3.2 | Soluzione del problema.....              | 114 |
|          | 2.3.3 | Metodo di eliminazione di Gauss.....     | 120 |
|          | 2.4   | IL PROBLEMA DEGLI AUTOVALORI.....        | 124 |
|          | 2.4.1 | Autovalori ed autovettori.....           | 124 |
| CAPITOLO | 3     | TOPOLOGIA DI BASE.....                   | 128 |
|          | 3.1   | SPAZI METRICI.....                       | 128 |
|          | 3.1.1 | Introduzione.....                        | 128 |
|          | 3.1.2 | Spazio metrico.....                      | 130 |
|          | 3.1.3 | Insieme aperto. Intorno di un punto..... | 132 |
|          | 3.1.4 | Punto di accumulazione. Chiuso.....      | 134 |
|          | 3.1.5 | Compatto.....                            | 138 |
|          | 3.2   | LO SPAZIO METRICO $\mathbb{R}^n$ .....   | 140 |
|          | 3.2.1 | Il caso $\mathbb{R}$ .....               | 140 |
|          | 3.2.2 | Il caso $n$ maggiore di 1.....           | 143 |
| CAPITOLO | 4     | SUCCESSIONI E SERIE NUMERICHE..          | 149 |
|          | 4.1   | SUCCESSIONI DI NUMERI REALI.....         | 149 |
|          | 4.1.1 | Successioni regolari.....                | 149 |
|          | 4.1.2 | Operazioni sui limiti.....               | 162 |
|          | 4.1.3 | Massimo e minimo limite.....             | 175 |

## INDICE

|            |   |     |
|------------|---|-----|
| 4.1.4      | Successioni di Cauchy.....                                  | 182 |
| 4.1.5      | Il numero $e$ .....   | 183 |
| 4.2        | SERIE DI NUMERI REALI.....                                  | 186 |
| 4.2.1      | Introduzione.....   | 186 |
| 4.2.2      | Serie a termini non negativi.....                           | 191 |
| 4.2.3      | Assoluta convergenza.....                                   | 195 |
| 4.3        | SUCCESSIONI DI K-UPLE DI NUMERI REALI...                    | 195 |
| 4.3.1      | Successioni convergenti.....                                | 195 |
| 4.3.2      | Successioni estratte.....                                   | 199 |
| CAPITOLO 5 | LIMITI E CONTINUITA'.....                                   | 203 |
| 5.1        | LIMITE DI FUNZIONI REALI DI UNA VARIABILE<br>REALE.....     | 203 |
| 5.1.1      | Introduzione.....   | 203 |
| 5.1.2      | Limiti.....   | 213 |
| 5.1.3      | Operazioni sui limiti.....                                  | 248 |
| 5.1.4      | Massimo e minimo limite.....                                | 260 |
| 5.1.5      | Altre proprietà dei limiti.....                             | 275 |
| 5.2        | LIMITE DI FUNZIONI REALI DI PIÙ VARIABILI<br>REALI.....     | 287 |
| 5.2.1      | Introduzione.....   | 287 |
| 5.2.2      | Limiti.....   | 292 |
| 5.3        | CONTINUITÀ DI FUNZIONI REALI DI UNA<br>VARIABILE REALE..... | 303 |
| 5.3.1      | Continuità.....   | 304 |
| 5.3.2      | Uniforme continuità.....                                    | 314 |
| 5.4        | CONTINUITÀ DI FUNZIONI REALI DI PIÙ<br>VARIABILI REALI..... | 316 |
| 5.4.1      | Continuità.....   | 316 |

|          |       |  |     |
|----------|-------|--|-----|
| CAPITOLO | 6     | DERIVAZIONE.....   | 325 |
|          | 6.1   | DERIVAZIONE DI FUNZIONI REALI DI UNA<br>VARIABILE REALE..... | 325 |
|          | 6.1.1 | Derivata.....  | 325 |
|          | 6.1.2 | Teoremi del valor medio.....                                 | 346 |
|          | 6.1.3 | Estremi relative.....  | 356 |
|          | 6.1.4 | Formula di Taylor.....                                       | 365 |
|          | 6.1.5 | Regola di L'Hospital.....                                    | 376 |
|          | 6.2   | DERIVAZIONE DI FUNZIONI REALI DI PIÙ<br>VARIABILI REALI..... | 382 |
|          | 6.2.1 | Derivata parziale.....                                       | 382 |
|          | 6.2.2 | Funzioni differenziabili.....                                | 391 |
|          | 6.2.3 | Derivata della funzione composta.....                        | 399 |
|          | 6.2.4 | Derivata direzionale.....                                    | 407 |
|          | 6.2.5 | Estremi relativi.....  | 414 |
|          | 6.2.6 | Funzioni implicite.....                                      | 427 |
| Capitolo | 7     | INTEGRAZIONE.....  | 435 |
|          | 7.1   | INTEGRALE DEFINITO.....                                      | 435 |
|          | 7.1.1 | Definizione di integrale definito.....                       | 435 |
|          | 7.1.2 | Proprietà dell'integrale definito.....                       | 446 |
|          | 7.1.3 | Integrale improprio.....                                     | 462 |
|          | 7.2   | INTEGRALE CURVILINEO.....                                    | 467 |
|          | 7.2.1 | Curve di $\mathbb{R}^n$ .....                                | 467 |
|          | 7.2.2 | Curve regolari di $\mathbb{R}^n$ .....                       | 471 |
|          | 7.2.3 | Integrale curvilineo.....                                    | 495 |
|          | 7.2.4 | Forme differenziali.....                                     | 499 |
|          | 7.3   | INTEGRALE MULTIPLA.....                                      | 506 |

## INDICE

|          |       |   |     |
|----------|-------|---|-----|
|          | 7.3.1 | Insiemi misurabili di $\mathbb{R}^n$ .....              | 506 |
|          | 7.3.2 | Integrale doppio.....                                   | 513 |
|          | 7.3.3 | Teoremi fondamentali.....                               | 522 |
|          | 7.3.4 | Integrale triplo.....                                   | 551 |
|          | 7.4   | INTEGRALE SUPERFICIALE.....                             | 553 |
|          | 7.4.1 | Superfici regolari.....                                 | 553 |
|          | 7.4.2 | Integrale superficiale.....                             | 569 |
| Capitolo | 8     | SUCCESSIONI E SERIE DI FUNZIONI....                     | 581 |
|          | 8.1   | SUCCESSIONI DI FUNZIONI.....                            | 581 |
|          | 8.1.1 | Uniforme convergenza.....                               | 581 |
|          | 8.2   | SERIE DI FUNZIONI.....                                  | 589 |
|          | 8.2.1 | Uniforme convergenza.....                               | 589 |
|          | 8.2.2 | Serie di potenze.....                                   | 598 |
|          | 8.2.3 | Serie di Fourier.....                                   | 611 |
| Capitolo | 9     | CALCOLO CON LE FUNZIONI ELEMENTARI                      | 613 |
|          | 9.1   | FUNZIONI ELEMENTARI.....                                | 613 |
|          | 9.1.1 | Funzione potenza con esponente intero                   | 613 |
|          | 9.1.2 | Funzione radice $n$ -esima ( $n \in \mathbb{N}$ )....   | 619 |
|          | 9.1.3 | Funzione esponenziale.....                              | 622 |
|          | 9.1.4 | Funzione logaritmo.....                                 | 629 |
|          | 9.1.5 | Funzione potenza con esponente reale<br>non intero..... | 633 |
|          | 9.1.6 | Funzioni trigonometriche.....                           | 638 |
|          | 9.1.7 | Funzioni trigonometriche inverse.....                   | 648 |
|          | 9.1.8 | Funzioni iperboliche.....                               | 653 |
|          | 9.2   | CALCOLO.....  | 657 |

## INDICE

|             |   |     |
|-------------|---|-----|
| 9.2.1       | Limiti.....   | 657 |
| 9.2.2       | Derivate ordinarie.....                                 | 672 |
| 9.2.3       | Derivate parziali.....                                  | 691 |
| 9.2.4       | Integrali definiti.....                                 | 695 |
| 9.2.5       | Integrali multipli.....                                 | 711 |
| 9.2.6       | Integrali curvilinei.....                               | 721 |
| 9.2.7       | Integrali superficiali.....                             | 722 |
| <br>        |   |     |
| Capitolo 10 | EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE                       | 726 |
| 10.1        | EQUAZIONI DIFFERENZIALI DEL PRIMO ORDINE                | 726 |
| 10.1.1      | Introduzione.....                                       | 726 |
| 10.1.2      | Equazioni differenziali lineari.....                    | 728 |
| 10.2        | EQUAZIONI DIFFERENZIALI DI ORDINE<br>MAGGIORE DI 1..... | 737 |
| 10.2.1      | Introduzione.....                                       | 737 |
| 10.2.2      | Equazioni differenziali lineari.....                    | 738 |
| 10.2.3      | Equazioni differenziali a coefficienti<br>costanti..... | 753 |
| 10.2.4      | Esempi.....   | 763 |

## BIBLIOGRAFIA